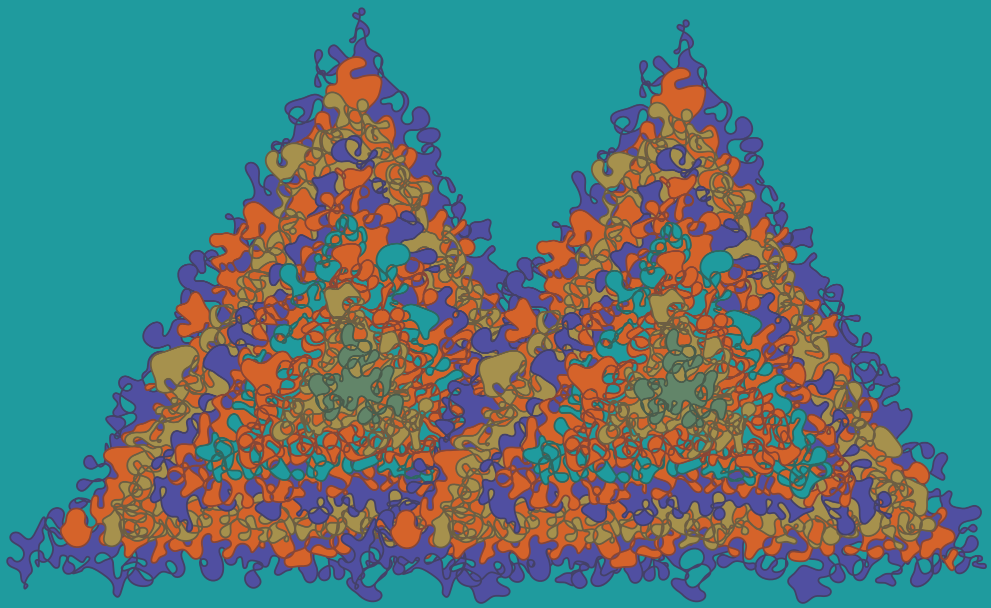
Wiskunde

1 VMBO

Katern 2 / Theorie

ConTeXt College



Inhoud

Voorwoord

Het lesmateriaal in dit katern is gebaseerd op het materiaal dat je kunt vinden op de Math4All website `www.math4all.nl`. In de tekst staan dan ook regelmatig verwijzingen naar die website. Waar je precies moet zijn op die website kun je zien in de kopregel van iedere pagina.

Ieder hoofdstuk bestaat uit een aantal paragrafen en wordt steeds afgesloten met een paragraaf *Totaalbeeld* waar de leerstof wordt samengevat en/of herhaald. Iedere paragraaf is ingedeeld in vaste rubrieken die houvast geven bij de bestudering van het lesmateriaal.

- Verkennen
- Uitleg
- Theorie en Voorbeelden
- Verwerken
- Toepassen

Indien er in het lesmateriaal wordt verwezen naar werkbladen dan kun je deze terugvinden op de website en achterin je katern.

Begrippen

- breuk, samengestelde breuk — teller, noemer, deelstreep
- decimaal als breuk — tienden, honderdsten, enz.
- gelijknamig
- breuken optellen/aftrekken
- breuken vermenigvuldigen

Activiteiten

- de begrippen breuk, teller en noemer gebruiken;
- breuken omrekenen naar kommagetallen en omgekeerd;
- breuken vergelijken door gelijknamig maken of met behulp van kommagetallen;
- breuken optellen en aftrekken;
- breuken vermenigvuldigen;

Pizzeria Bella Napoli

Domein

Rekenen

Hoofdstuk

Breuken

Inhoud

1

1.1 Wat is een breuk?

Inleiding

In pizzeria *Bella Napoli* worden natuurlijk pizza's gebakken.

Hier zie je een klassieke pizza Margherita die in zes punten is gesneden. Als het goed is, zijn het zes gelijke punten.

Emilia is gek op deze pizza's en ze pakt meteen twee punten.

Daarmee heeft ze $\frac{2}{6}$ deel van de pizza te pakken.

Je leert in dit onderwerp

- de begrippen breuk (met teller en noemer) en samengestelde breuk kennen;
- breuken vereenvoudigen.

Voorkennis

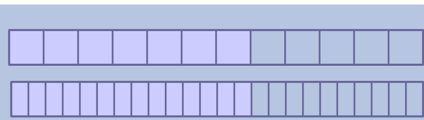
- wat decimale getallen zijn en hoe ons decimale getallensysteem in elkaar zit;
- hoe je getallen op een getallenlijn kunt plaatsen en hoe je aangeeft dat het éne getal groter|kleiner is dan het andere;
- rekenen met decimale getallen, zowel met de hand als met de rekenmachine, in de juiste rekenvolgorde;
- afronden en schatten, de orde van grootte bepalen.

Opgave V1

Uitleg

$\frac{7}{12}$

$\frac{14}{24}$



Een rechthoek is in 12 gelijke delen verdeeld. 7 daarvan zijn gekleurd. Dat is $\frac{7}{12}$ deel.

$\frac{7}{12}$ heet een breuk. 7 is de teller en 12 is de noemer.

De noemer is de naamgever: het zijn twaalfde delen, kortweg twaalfden. De teller telt hoeveel twaalfden er zijn: er zijn zeven twaalfden.

Je kunt de rechthoek ook in 24 gelijke delen verdelen. Je ziet: $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$.

7 van de 12 is hetzelfde gedeelte als 14 van de 24.

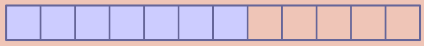
Zo geldt ook: $\frac{7}{12} = \frac{14}{24} = \frac{21}{36} = \frac{48}{72}$.

Je kunt teller en noemer met hetzelfde getal vermenigvuldigen zonder dat de waarde van de breuk verandert.

Omgekeerd is $\frac{14}{24}$ gelijk aan $\frac{7}{12}$, dus je kunt ook teller en noemer door hetzelfde getal delen zonder dat de waarde van de breuk verandert. Het vereenvoudigen van een breuk is het zoeken naar een gelijke breuk met de kleinst mogelijke teller en noemer.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

Theorie

$\frac{7}{12}$ 

$\frac{7}{12}$ heet een **breuk**.
7 is de **teller** en 12 is de **noemer**.
Van de balk is $\frac{7}{12}$ deel gekleurd.

$\frac{7}{12}$ en $\frac{14}{24}$ geven hetzelfde deel weer: $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$.
Dus omgekeerd kun je zeggen $\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$.
Je hebt dan $\frac{14}{24}$ **vereenvoudigd** tot $\frac{7}{12}$ door teller en noemer door hetzelfde getal 2 te delen.

2 gehelen en $\frac{7}{12}$ samen is $2 + \frac{7}{12}$. Dat schrijf je als $2\frac{7}{12}$. Dit is een **samengestelde breuk**.

Voorbeeld 1

“Van mensen van rond de 30 jaar oud dragen al vier op de tien personen een bril of contactlenzen.”

Dit is een uitspraak die is te vinden in een artikel van het **Centraal Bureau voor de Statistiek**.
Welk deel van een groep van dertigjarigen zouden er een bril of contactlenzen moeten dragen?

Antwoord

De uitspraak “vier op de tien” betekent dat van elke 10 personen er 4 een bril of contactlenzen dragen.

Dat is $\frac{4}{10}$ deel.

Opgave 5 Opgave 6

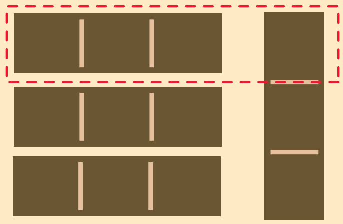
Voorbeeld 2

Je koopt met twee vrienden een pakje met vier repen chocola.
Je verdeelt deze 4 repen dus met 3 personen, ieder evenveel. Hoeveel krijgt elk?

Antwoord

Ieder krijgt dan $\frac{4}{3}$ deel.

Dat is meer dan een hele reep: $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$.



Opgave 7

Voorbeeld 3

Hier zie je hoe een breuk systematisch wordt vereenvoudigd.

$$\frac{24}{36} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{12}{18} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{6}{9} \overset{:3}{\underset{:3}{=}} \frac{2}{3}$$

Opgave 8

1.2 Breuk en kommagetal

Inleiding

Hier zie je een pizza Quattro Stagioni. Omdat “quattro stagioni” Italiaans is voor “vier seizoenen”, zou je die ook moeten herkennen op de pizza.

Deze versie is ook echt in vier verschillende delen verdeeld. Eén kwart is met salami bedekt. Daarop zit dan ook $\frac{1}{4}$ deel van de 50 gram salami die je voor een hele pizza zou gebruiken.

Emilia pakt een rekenapp op haar telefoon en toetst in $0{,}25 \times 50$ om te kijken hoeveel gram salami op een pizza Quattro Stagioni zou moeten zitten. Maar hoezo is $\frac{1}{4} = 0{,}25$?

Je leert in dit onderwerp

- breuken en decimale getallen in elkaar omzetten;
- delen van een geheel uitrekenen.

Voorkennis

- rekenen met decimale getallen, zowel met de hand als met de rekenmachine, in de juiste rekenvolgorde;
- de begrippen breuk (met teller en noemer) en samengestelde breuk kennen;
- breuken vereenvoudigen.

Opgave V1

Uitleg

Bij kommagetallen (decimale getallen) zijn de decimalen tienden, honderdsten, duizendsten, enzovoorts. Dus:

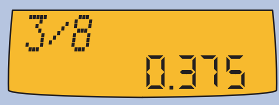
- $0{,}1 = \frac{1}{10}$
- $0{,}2 = \frac{2}{10}$
- $0{,}12 = \frac{12}{100}$

$0{,}1 = \frac{1}{10}$
$0{,}01 = \frac{1}{100}$
$0{,}001 = \frac{1}{1000}$
$0{,}0001 = \frac{1}{10000}$

Breuken met noemer 10, 100, 1000, ... kun je dus als kommagetal schrijven.
Ook andere breuken kun je als kommagetal schrijven:

- $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} = 0{,}5$
- $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 0{,}25$
- $\frac{3}{8} = \ldots = \frac{375}{1000} = 0{,}375$

Je ziet dat je er dan eerst een breuk met als noemer 10, of 100, of 1000, ... van moet maken. Je rekenmachine doet dit snel met een deling:



3 ÷ 8 =

levert meteen 0,375 op.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Als de noemer 10,100,1000,... is, kun je de **breuk als decimaal getal** schrijven:

$\frac{13}{100} = 0{,}13$; $\frac{2}{10} = 0{,}2$; $\frac{123}{1000} = 0{,}123$.

Bij andere breuken kan dat ook door de deling uit te voeren, met de hand of met een rekenmachine.

Zo is $\frac{1}{4} = 0{,}25$ en $\frac{3}{4} = 0{,}75$.

En $\frac{1}{4}$ van 120 is $\frac{1}{4} \times 120 = 0{,}25 \times 120 = 30$.

En $\frac{3}{4}$ van 120 is $3 \times \frac{1}{4} \times 120 = 0{,}75 \times 120 = 90$.

Soms gaat het aantal decimalen eindeloos door. Dan werk je vaak met een benadering: $\frac{2}{7} \approx 0{,}286$.

Voorbeeld 1

Je wilt $\frac{3}{5}$ als decimaal getal (kommagetal) schrijven.

Dat kan op twee manieren:

- $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0{,}6$.
- Met de rekenmachine: 3 ÷ 5 = levert meteen 0,6 op.

Je wilt $3\frac{4}{5}$ als decimaal getal schrijven. $3\frac{4}{5}$ betekent: $3 + \frac{4}{5}$.

Dat kan op twee manieren:

- $3\frac{4}{5} = 3 + \frac{4}{5} = 3 + \frac{8}{10} = 3 + 0{,}8 = 3{,}8$.
- Met de rekenmachine: 3 + 4 ÷ 5 = levert meteen 3,8 op.

Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

Je wilt $\frac{2}{3}$ van 42 uitrekenen.

Je kunt van $\frac{2}{3}$ niet een breuk maken met tienden, honderdsten, enz.

De rekenmachine geeft:

2 ÷ 3 = 0,666666667.

Niet alle rekenmachines laten evenveel zessen zien. Eigenlijk zijn er oneindig veel zessen. Die laatste 7 komt door afronden.

Op twee decimalen is $\frac{2}{3} \approx 0{,}67$.

Maar bedenk dat dit maar een afronding is: $\frac{2}{3}$ is niet gelijk aan $0{,}67$, maar iets minder. Afhankelijk van de omstandigheden kan dat belangrijk zijn. Dan moet je meer decimalen gebruiken.

Je rekenmachine rekent wel met meer decimalen: $2/3 \times 42 = 28$.

Opgave 7 Opgave 8

1.3 Breuken vergelijken

Inleiding

Hoewel *Bella Napoli* een pizzeria wordt genoemd, kun je er ook andere Italiaanse gerechten eten.
Op maandagavond waren er 40 bezoekers, waarvan er 30 pizza bestelden.
Op dinsdagavond waren er 50 bezoekers, waarvan er 35 pizza bestelden.

Op welke avond bestelden in verhouding de meeste mensen een pizza?

Je leert in dit onderwerp

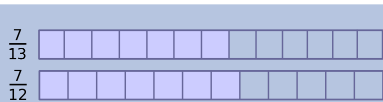
- breuken met elkaar vergelijken.

Voorkennis

- rekenen met decimale getallen, zowel met de hand als met de rekenmachine, in de juiste rekenvolgorde;
- de begrippen breuk (met teller en noemer) en samengestelde breuk kennen;
- breuken vereenvoudigen en als decimaal getal schrijven.

Opgave V1

Uitleg



Als je wilt weten welk deel groter is, moet je breuken vergelijken.

$\frac{5}{12}$ deel is minder dan $\frac{7}{12}$ deel. Je schrijft: $\frac{5}{12} < \frac{7}{12}$.

$\frac{7}{12}$ deel is meer dan $\frac{7}{13}$ deel. Je schrijft: $\frac{7}{12} > \frac{7}{13}$.

Als je $\frac{2}{3}$ en $\frac{3}{4}$ met elkaar wilt vergelijken zonder een plaatje te maken, kun je de breuken het best eerst gelijknamig maken. Je maakt dan de noemers van beide breuken gelijk:

- $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$
- $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$

Dus: $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Je kunt **breuken met elkaar vergelijken** door:

- eerst **gelijknamig maken**, je maakt dan de noemers van beide breuken gelijk.
- van beide breuken kommagetallen te maken.

In de voorbeelden zie je hoe dit in zijn werk gaat.

Voorbeeld 1

Wat is meer $\frac{3}{10}$ of $\frac{2}{7}$?

Antwoord

Breuken kun je vergelijken door ze gelijknamig te maken.
Je vergelijkt dan de tafel van 10 met de tafel van 7.
Het kleinste getal dat in beide voorkomt is 70.
Daarom zet je beide breuken om in een breuk met noemer 70.

$\frac{3}{10} = \frac{3 \times 7}{10 \times 7} = \frac{21}{70}$ en $\frac{2}{7} = \frac{2 \times 10}{7 \times 10} = \frac{20}{70}$, dus $\frac{3}{10} > \frac{2}{7}$.

Je kunt de breuken ook vergelijken door ze eerst beide om te zetten naar een kommagetal: $\frac{3}{10} = 0{,}3$ en $\frac{2}{7} \approx 0{,}285714$.

Ook nu zie je snel welke van beide het grootst is.

10	**7**
20	14
30	21
40	28
50	35
60	42
70	49
	56
	63
	70

Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

Op maandagavond hebben 30 van de 40 bezoekers een pizza besteld.
Op dinsdagavond 35 van de 50 bezoekers een pizza besteld.

Mag je zeggen dat er op dinsdag naar verhouding meer pizza's zijn besteld?
Er zijn wel meer pizza's besteld, maar er waren ook meer bezoekers...

Antwoord

Op maandagavond heeft $\frac{30}{40}$ deel een pizza besteld.

Op dinsdagavond heeft $\frac{35}{50}$ deel een pizza besteld.

Om beide breuken te kunnen vergelijken maak je ze gelijknamig:

$\frac{30}{40} = \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ en $\frac{35}{50} = \frac{7}{10} = \frac{14}{20}$.

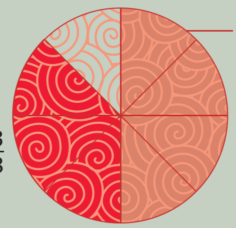
Dus zijn er op dinsdagavond naar verhouding juist minder pizza's besteld.

Opgave 7 Opgave 8 Opgave 9

1.4 Breuken optellen en aftrekken

Inleiding

Emilia en haar vriendin Yousra bestellen samen een grote pizza.
Emilia eet de helft van de pizza op, Yousra eet $\frac{3}{8}$ deel van de pizza.
Hoeveel is $\frac{1}{2}$ en $\frac{3}{8}$ samen? En hoeveel blijft er over?
En hoeveel is het verschil van beide?



Je leert in dit onderwerp

- breuken optellen en aftrekken.

Voorkennis

- rekenen met decimale getallen, zowel met de hand als met de rekenmachine, in de juiste rekenvolgorde;
- de begrippen breuk (met teller en noemer) en samengestelde breuk kennen;
- breuken vereenvoudigen en als decimaal getal schrijven;
- breuken met elkaar vergelijken.

Opgave V1

Uitleg

Gelijknamige breuken kun je eenvoudig bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken:

- $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$
- $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$

Als breuken niet gelijknamig zijn, moet je ze eerst gelijknamig maken!

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Wil je **breuken optellen of aftrekken** dan moet je ze eerst **gelijknamig maken**.
Je maakt dan de noemers van beide breuken gelijk.

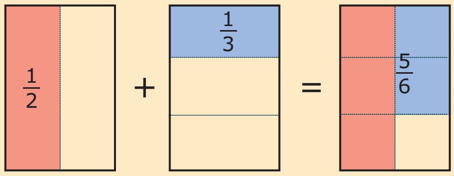
Bij samengestelde breuken maak je eerst van de gehelen ook breuken, bijvoorbeeld $2 = \frac{6}{3}$.

Soms kun je bij het optellen/aftrekken van twee breuken werken met kommagetallen. Zeker is dat het geval als je de uitkomst in (of afgerond op) een bepaald aantal decimalen wilt hebben.

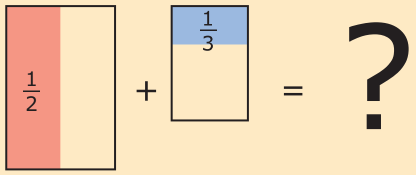
Vaak hebben de moderne rekenmachines een zogenaamde 'breukentoets': $A^{b}/_{c}$.
Daarmee kun je breuken invoeren en ermee rekenen, dat wil zeggen: de rekenmachine rekent voor jou.

Voorbeeld 1

- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$.



Denk er wel om dat beide breuken delen van hetzelfde geheel moeten zijn!



Opgave 3 Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

- $2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{3} = 2 + \frac{3}{6} + 1 + \frac{2}{6} = 3 + \frac{5}{6} = 3\frac{5}{6}$.
- $2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{2} - 1 - \frac{1}{3} = 2 + \frac{3}{6} - 1 - \frac{2}{6} = 1 + \frac{1}{6} = 1\frac{1}{6}$.

Je kunt ook je rekenmachine gebruiken bij het rekenen met breuken. Je gebruikt dan de ‘breukentoets’ om breuken in te voeren. Die toets kan er zo uitzien: [A b/c]

Hier zie je hoe dat gaat bij $2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}$:

[2] [A b/c] [1] [A b/c] [2] [−] [1] [A b/c] [1] [A b/c] [3] [=]

levert meteen $1\frac{1}{6}$ op.

Opgave 6 Opgave 7 Opgave 8

Voorbeeld 3

Van de 30 leerlingen in klas 1B komt $\frac{2}{5}$ deel met de fiets en $\frac{1}{6}$ deel met de bus.

De rest is lopend.

Dat betekent dat $\frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{12}{30} + \frac{5}{30} = \frac{17}{30}$ deel met een vervoermiddel komt.

En dus komt $\frac{13}{30}$ deel lopend.

Van de 20 leerlingen in klas 1A komt $\frac{1}{2}$ deel lopend.

Van de 25 leerlingen van klas 1C komt $\frac{2}{5}$ deel lopend.

Je kunt nu NIET beide breuken optellen om te bepalen welk deel van beide klassen samen lopend komt.
Beide breuken slaan niet op hetzelfde geheel, de éne breuk hoort bij 1A met 20 leerlingen, de andere bij 1C met 25 leerlingen!

Toch kun je wel uitrekenen dat het $\frac{4}{9}$ deel van 1A en 1C samen lopend komt.

Opgave 9 Opgave 10

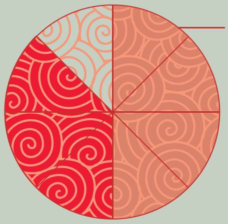
1.5 Breuken vermenigvuldigen

Inleiding

Emilia en haar vriendin Yousra bestellen samen een grote pizza. Emilia eet de helft van de pizza op, Yousra eet $\frac{3}{8}$ deel van de pizza.

Hier zie je dat $\frac{3}{8}$ deel hetzelfde is als $\frac{3}{4}$ van $\frac{1}{2}$. Kijk maar goed naar de figuur.

Maar wat heeft dit te maken met het vermenigvuldigen van breuken?



Je leert in dit onderwerp

- breuken vermenigvuldigen.

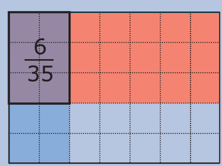
Voorkennis

- rekenen met decimale getallen, zowel met de hand als met de rekenmachine, in de juiste rekenvolgorde;
- de begrippen breuk (met teller en noemer) en samengestelde breuk kennen;
- breuken vereenvoudigen, als decimaal getal schrijven en met elkaar vergelijken;
- breuken optellen en aftrekken.

Opgave V1

Uitleg

$\frac{2}{7}$ deel van $\frac{3}{5}$ deel kun je zo berekenen:



- verdeel de rechthoek verticaal in 5 stroken en kleur er 3 van de 5;
- verdeel de rechthoek horizontaal in 7 stroken en kleur er 2 van de 7;
- de rechthoek is nu in $7 \times 5 = 35$ gelijke delen verdeeld;
- daarvan zijn er $2 \times 3 = 6$ dubbel gekleurd.

Dus $\frac{2}{7}$ deel van $\frac{3}{5}$ deel is $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{7 \times 5} = \frac{6}{35}$.

Zo kun je breuken vermenigvuldigen: je vermenigvuldigt de tellers met elkaar en de noemers met elkaar.

Opmerking:
In plaats van het teken $\times$ wordt voor vermenigvuldigen ook wel $\cdot$ gebruikt: $2 \cdot 3 = 2 \times 3$.

Opgave 1 Opgave 2

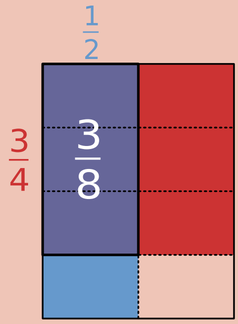
Theorie

Bij het **vermenigvuldigen van breuken** gaat het om het bepalen van een deel van een gedeelte, bijvoorbeeld $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ betekent $\frac{3}{4}$ van $\frac{1}{2}$.

In de figuur zie je dat $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$.

Dus zo kun je breuken vermenigvuldigen: je vermenigvuldigt de tellers met elkaar en de noemers met elkaar.

In de wiskunde wordt voor vermenigvuldigen in plaats van het bekende teken × meestal het teken · gebruikt.



Voorbeeld 1

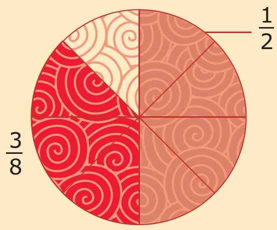
Je wilt $\frac{3}{4}$ deel van een halve pizza eten. Je ziet aan de figuur dat je dan $\frac{3}{8}$ deel van de hele pizza opeet.

Je kunt dit ook zo uitrekenen: $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$.

Ook kun je de breukentoets van je rekenmachine gebruiken:

3 A b/c 4 × 1 A b/c 2 =

levert meteen $\frac{3}{8}$.



Opgave 3 Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Soms zijn er ook helen betrokken bij de vermenigvuldiging. Die werk je dan eerst weg.

$\frac{2}{7} \times 1\frac{3}{4}$ doe je zo:

- $1\frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$.
- $\frac{2}{7} \times \frac{7}{4} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}$.

Kijk ook hoe dit met je rekenmachine gaat. Je hoeft de helen niet weg te werken als je de breukentoets gebruikt.

Opgave 6 Opgave 7

Begrippen

- hoek, hoekpunt, benen — scherpe hoek, rechte hoek, stompe hoek, gestrekte hoek, overstrekte hoek
- graden — gradenboog
- meetkundige constructie
- gelijke hoeken — overstaande hoeken (X-hoeken), F-hoeken, Z-hoeken — bissectrice, deellijn
- hoekensom driehoek

Activiteiten

- de begrippen hoek met hoekpunt en benen en scherpe, stompe, rechte, gestrekte en overstrekte hoeken herkennen;
- het begrip ‘graad’ en het meten van hoeken in graden;
- hoeken tekenen als het aantal graden ervan is gegeven;
- de deellijn (bissectrice) van een hoek tekenen, werken met X-hoeken (overstaande hoeken), F-hoeken en Z-hoeken;
- de grootte van hoeken beredeneren, de som van de hoeken van een driehoek gebruiken.

Een kamer inrichten

Domein

Meten en tekenen

Hoofdstuk

Hoeken

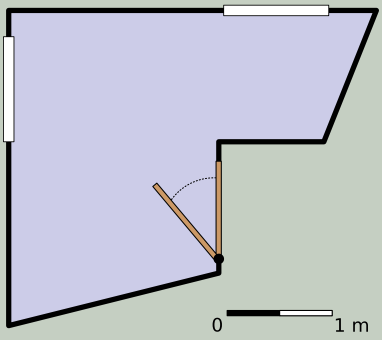
Inhoud

2

2.1 Hoeken

Inleiding

Zara gaat met haar ouders verhuizen. Ze krijgt in hun nieuwe huis een eigen kamer. Ze heeft er deze plattegrond van gekregen.
De kamer heeft nogal bijzondere hoeken. Dat vindt Zara wel leuk, maar het leggen van vloerbedekking wordt een uitdaging.



Wat versta je eigenlijk precies onder een ‘hoek’. En wanneer is de éne hoek groter dan de andere?

Je leert in dit onderwerp

- de begrippen hoek, hoekpunt en benen van een hoek;
- aangeven of een hoek groter of kleiner is dan een andere hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is.

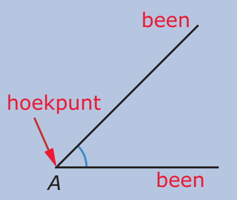
Voorkennis

- de begrippen evenwijdig en loodrecht en het teken voor loodrecht;
- de namen van vlakke figuren.

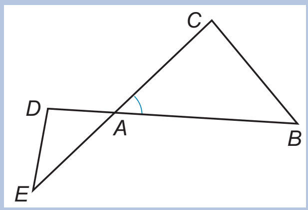
Opgave V1

Uitleg

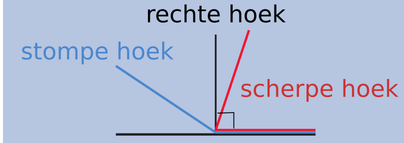
Iedere hoek heeft een hoekpunt en twee benen.
Bij het hoekpunt zet je een hoofdletter. In de hoek zet je een boogje.
De naam van de hoek is: hoek A. In plaats van hoek A schrijf je ook wel $\angle A$.



Als hoek A twee verschillende hoeken kan voorstellen gebruik je drie letters om de hoek aan te geven. De middelste letter hoort dan bij het hoekpunt. In deze figuur is $\angle BAC$ door een boogje aangegeven. Als je deze hoek A niet precies beschrijft kan hoek A ook $\angle DAE$ zijn.



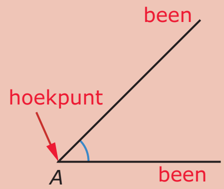
Je kent de rechte hoek al, hier wordt hij door een ‘rechtehoekteken’ aangegeven. Hoeken die puntiger (kleiner) zijn dan een rechte hoek, heten scherpe hoeken. Hoeken die minder puntig (groter) zijn dan een rechte hoek, heten stompe hoeken.



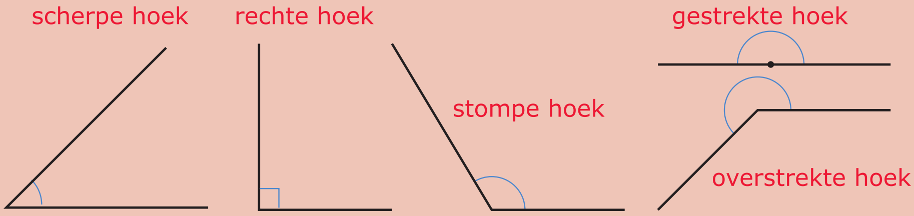
Opgave 1 **Opgave 2**

Theorie

Iedere **hoek** heeft een **hoekpunt** en twee **benen**. Bij het hoekpunt zet je een hoofdletter. In de hoek zet je een boogje. De naam van de hoek is: hoek A. In plaats van hoek A schrijf je ook wel $\angle A$.



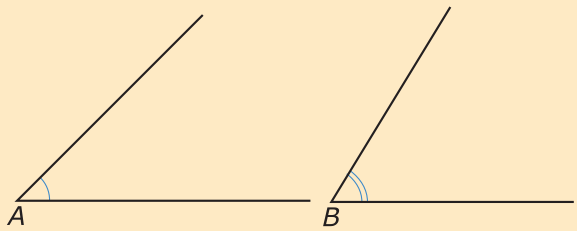
Er zijn verschillende soorten hoeken:

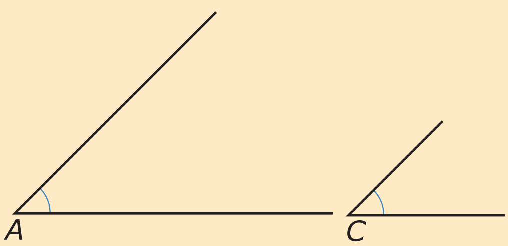


- Als beide benen loodrecht op elkaar staan, spreek je van een **rechte hoek**. In de tekening plaats je bij de rechte hoek het rechtehoekteken, ook wel het loodrechtteken genoemd.
- Een hoek die kleiner is dan een rechte hoek heet een **scherpe hoek**.
- Als beide benen in elkaars verlengde liggen, spreek je van een **gestrekte hoek**.
- Een hoek die kleiner is dan een gestrekte hoek maar groter dan een rechte hoek is een **stompe hoek**.
- Een hoek die groter is dan een gestrekte hoek heet een **overstrekte hoek**.

Voorbeeld 1

De benen van hoek B staan verder uit elkaar dan de benen van hoek A.
Dit betekent dat hoek B groter is dan hoek A: $\angle B > \angle A$.





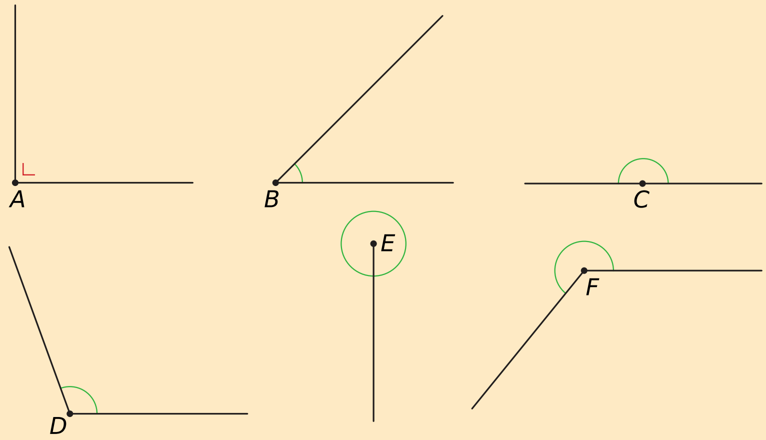
Hoek C is gelijk aan hoek A dus $\angle C = \angle A$. Alleen zijn de benen korter getekend.

De lengten van de benen van de hoek hebben geen invloed op de grootte van de hoek. Eigenlijk hebben die benen helemaal geen lengte. Het zijn halve lijnen die in het hoekpunt beginnen maar oneindig ver doorlopen.

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Je ziet hier een zestal hoeken. Welke hoek is recht, welke scherp, welke stomp, welke gestrekt, welke overstrekt?



Antwoord

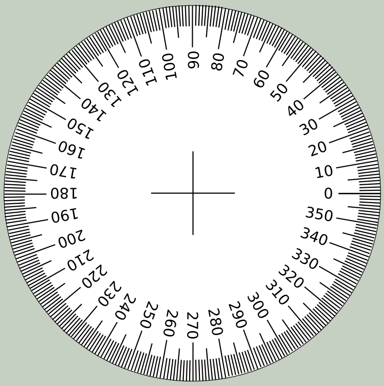
- $\angle A$ is een rechte hoek, dat zie je aan het loodrechtteken.
- $\angle B$ is kleiner dan een rechte hoek en dus een scherpe hoek.
- $\angle C$ heeft twee benen die in elkaars verlengde liggen, dit heet een gestrekte hoek.
- $\angle D$ is kleiner dan een gestrekte hoek maar groter dan een rechte hoek en dus een stompe hoek.
- $\angle E$ is een hoek die helemaal rond is. Die kun je een volle hoek noemen.
- $\angle F$ is een hoek die groter is dan een gestrekte hoek en dus een overstrekte hoek.

Opgave 5 Opgave 6

2.2 Hoeken meten

Inleiding

De hoeken in Zara's kamer zijn allemaal verschillend. Haar moeder is nogal handig met timmerwerk. Ze hebben nog een mooi cirkelvormig tafelblad met een diameter van 1,20 m. Zara's moeder zegt dat ze daaruit wel vier stukken kan zagen die elk in een hoek van Zara's kamer passen. Ze heeft ooit gezien dat je zo'n cirkel in 360 gelijke punten kunt verdelen. Dit noem je ‘graden’. Dat kun je gebruik en om de grootte van een hoek te bepalen. Waarschijnlijk heb je zelf maar de helft van zo'n figuur, op je geodriehoek.



Je leert in dit onderwerp

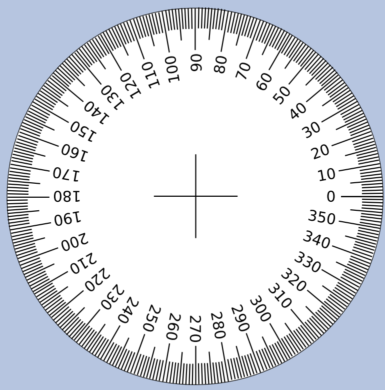
- het vlak verdelen in 360 graden en schatten hoeveel graden een hoek is;
- berekenen hoeveel graden een rechte en een gestrekte hoek zijn en aangeven tussen welke aantallen graden een scherpe, een stompe en een overstrekte hoek liggen;
- hoeken opmeten met de geodriehoek en uitdrukken in graden.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen en aangeven of een hoek groter of kleiner is dan een andere hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is;
- de namen van vlakke figuren.

Opgave V1

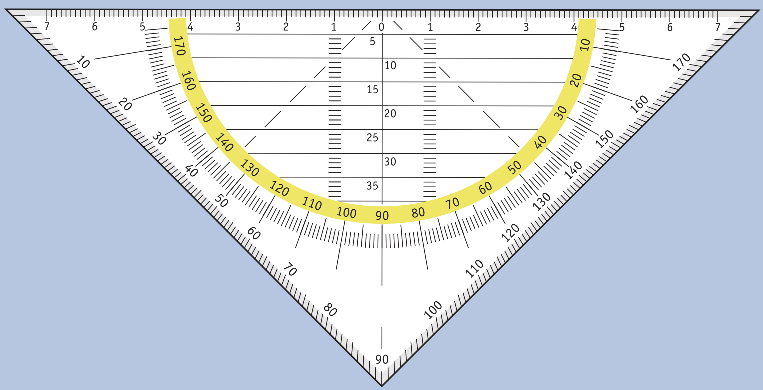
Uitleg



Je kunt de grootte van een hoek precies meten, bijvoorbeeld met een doorzichtige hoekmeter of met je geodriehoek.

Een hoekmeter is verdeeld in 360 gelijke delen, die ‘graden’ heten. Je ziet de schaalverdeling op de cirkel lopen van 0 tot 360 graden. De 360 staat op dezelfde plaats als de 0. Je schrijft 1 graad als 1°.

Op je geodriehoek (geometrische driehoek; geometrie betekent meetkunde) staat een halve hoekmeter, die loopt van 0° tot 180°. Dit heet de gradenboog.

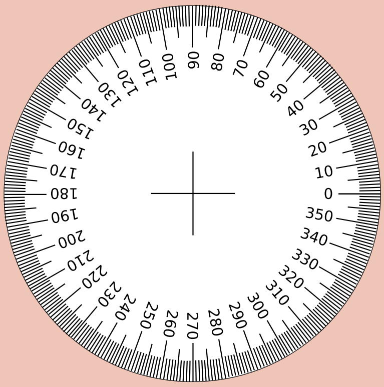


Bij het werken met de geodriehoek is het handig vooraf de grootte van een hoek te schatten. Er staan immers telkens twee getallen bij een maatstreepje van de gradenboog. En je ziet meteen hoeveel graden een rechte hoek is. Of een gestrekte hoek.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

Je kunt de grootte van een hoek precies meten, bijvoorbeeld met een doorzichtige hoekmeter of met je geodriehoek.

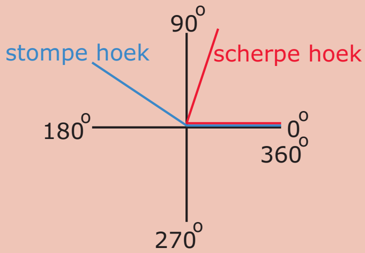


Een hoekmeter is verdeeld in 360 gelijke delen die **graden** heten. Je ziet de schaalverdeling op de cirkel lopen van 0 tot 360 graden. De 360 is niet neergezet, want hij staat op dezelfde plaats als de 0. Je schrijft 1 graad als 1°.

Op je geodriehoek staat een halve hoekmeter, de **gradenboog**.

Als je helemaal ronddraait, leg je 360° af: een **volle hoek** is 360°.
Dit betekent:

- een **rechte hoek** is een kwart van zo'n volle hoek, dus 90°;
- een **gestrekte hoek** is de helft van een volle hoek, dus 180°;
- een **scherpe hoek** ligt tussen de 0° en de 90° in;
- een **stompe hoek** ligt tussen 90° en 180° in.

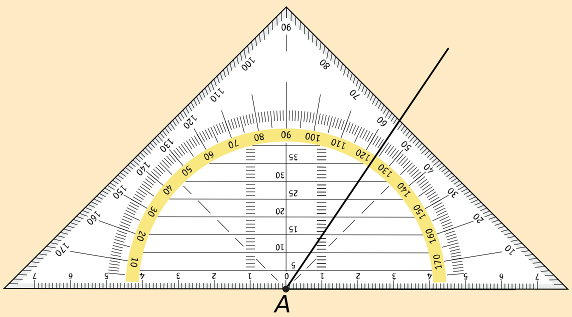


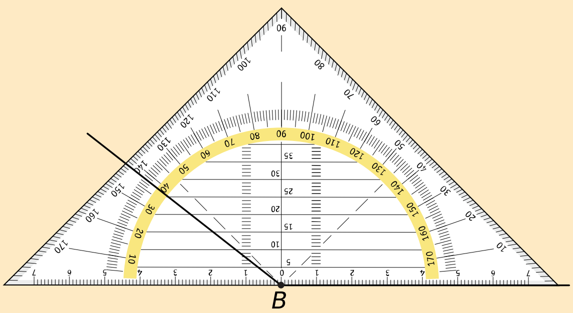
Voorbeeld 1

Met een geodriehoek kun je als volgt een hoek meten:

- Leg de 0 van de geodriehoek op het hoekpunt van de hoek die je wilt meten.
- Draai de geodriehoek zo, dat de lange zijde van de geodriehoek op één van de benen van de hoek komt te liggen. De geodriehoek moet de hoek bedekken.
- Lees nu de graden bij het andere been af.

Bij het meten van een hoek moet je er goed op letten of de hoek scherp of stomp is! Hier zie je hoe een scherpe hoek A en een stompe hoek B wordt gemeten. $\angle A = 56°$ en $\angle B = 142°$.



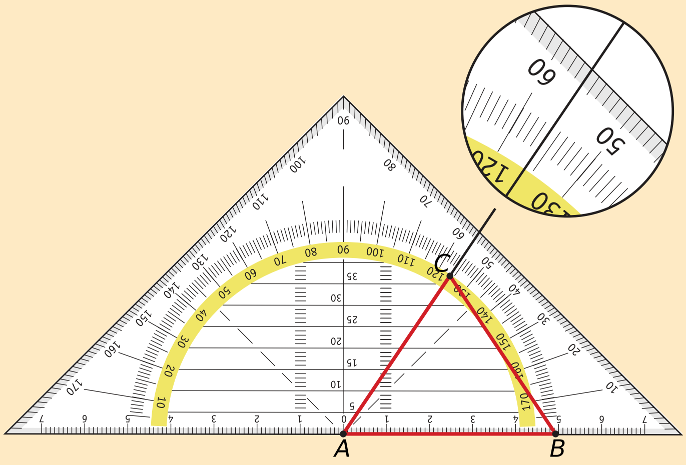


Opgave 4 Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 2

Het meten van hoeken in figuren gaat hetzelfde als het meten van een losse hoek. Hier zie je hoe je hoek A van driehoek ABC kunt meten.

Om nauwkeurig te kunnen meten, moet je soms eerst de zijden van de driehoek verlengen om de grootte van de hoek te kunnen aflezen. Zo is in de figuur zijde AC verlengd. Nu kun je duidelijk op je geodriehoek aflezen hoe groot $\angle A$ is. $\angle A \approx 56°$.



Opgave 7 Opgave 8

2.3 Hoeken tekenen

Inleiding

De hoeken in Zara's kamer zijn allemaal verschillend. Haar moeder is nogal handig met timmerwerk. Ze hebben nog een mooi cirkelvormig tafelblad met een diameter van 1,20 m. Zara's moeder zegt dat ze daaruit wel vier stukken kan zagen die elk in een hoek van Zara's kamer passen. Ze heeft alle hoeken opgemeten waar de stukken van het tafelblad in moeten passen. Nu moet ze die hoeken op het tafelblad tekenen om te kunnen zagen.

Je leert in dit onderwerp

- een hoek tekenen met een geodriehoek als het aantal graden gegeven is;
- een vlakke figuur met gegeven lengtes en hoeken tekenen.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten;
- de namen van vlakke figuren.

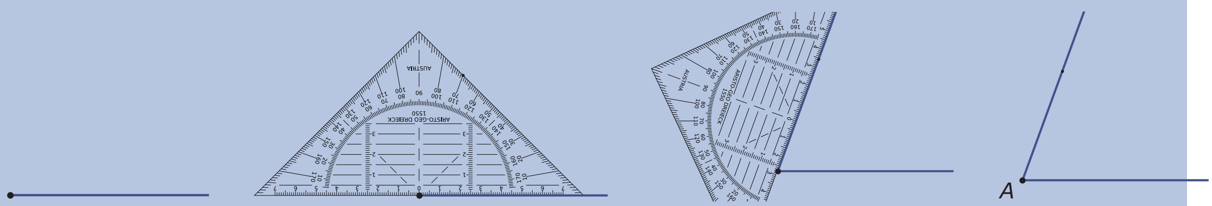
Opgave V1

Uitleg

Zo teken je met je geodriehoek een hoek:

- Teken het hoekpunt en het eerste been van de hoek.
- Leg de lange zijde van je geodriehoek langs dit been met de 0 op de plaats van het hoekpunt.
  Zet een streepje bij het juiste aantal graden (is het een scherpe of een stompe hoek?).
- Teken het tweede been van de hoek.
- Zet de juiste letter bij het hoekpunt.

Hier wordt een hoek van 70° getekend.

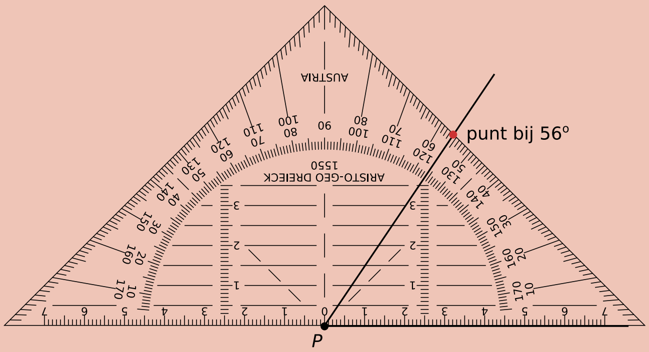


En nu kun je ook driehoeken, vierhoeken en dergelijke tekenen als er voldoende lengtes en hoeken zijn gegeven.

Opgave 1 **Opgave 2**

Theorie

Met behulp van de **gradenboog** van je geodriehoek kun je hoeken tekenen. Je legt dan de 0 van de geodriehoek op het gewenste hoekpunt en de langste zijde langs een been van de hoek. Bij het juiste aantal graden zet je een streepje of een punt om het tweede been te kunnen tekenen.

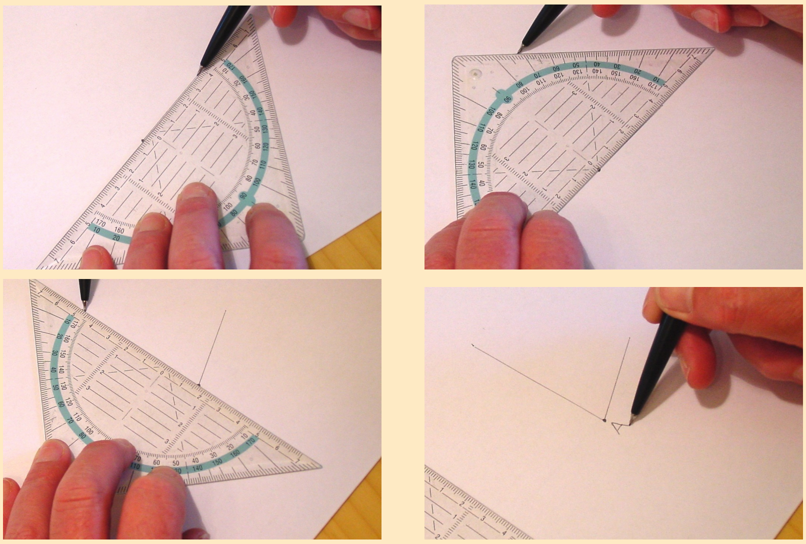


En nu je lijnstukken met gegeven lengtes en hoeken met gegeven aantal graden kunt tekenen, kun je ook figuren tekenen waarvan lengtes en hoeken zijn gegeven. Dat zijn **meetkundige constructies**.

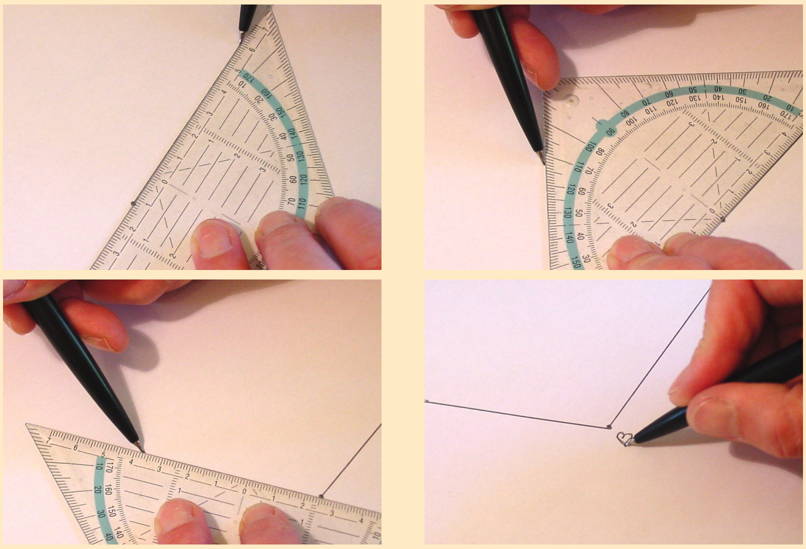
Voorbeeld 1

Je geodriehoek is belangrijk voor het tekenen van hoeken. Je kunt op graden nauwkeurig hoeken tekenen. Zoals een scherpe hoek van $72°$ of een stompe hoek van $123°$.

Hier zie je hoe een scherpe hoek getekend wordt: $\angle A = 72°$.



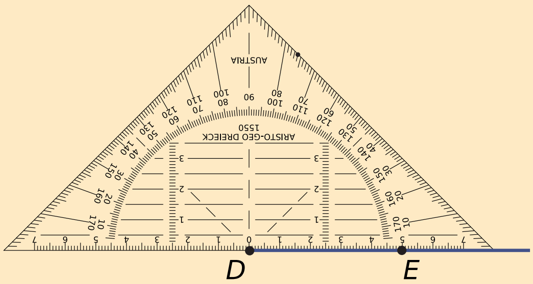
Hier zie je hoe een stompe hoek getekend wordt: $\angle B = 123°$.



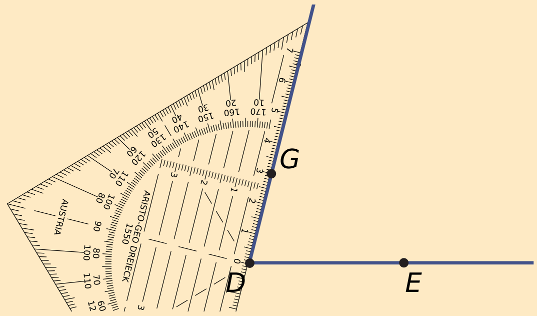
Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

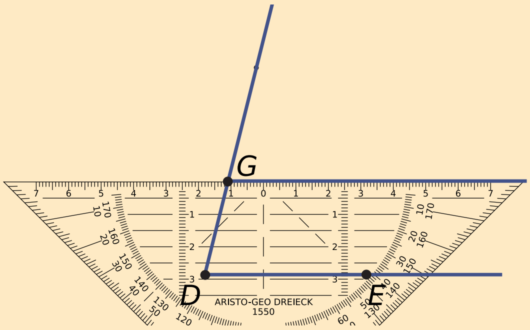
Van parallellogram $DEFG$ is gegeven dat $\angle D = \angle F = 76°$ en dat $DE = 5$ cm en $EF = 3$ cm.
Teken dit parallellogram.



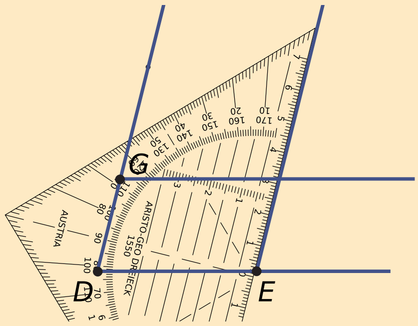
Teken DE van 5 cm. Teken $\angle D = 76°$.



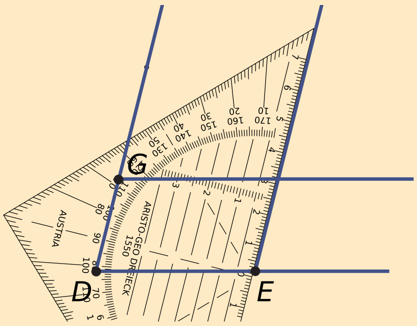
Teken $DG = 3$ cm.



Teken een lijn evenwijdig aan DE.



Teken een lijn evenwijdig aan DG. Je ziet punt F ontstaan.

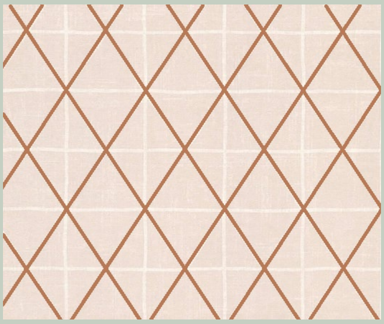


Teken punt F en het parallellogram.

Opgave 5 Opgave 6

2.4 Gelijke hoeken

Inleiding



Zara wil op de twee schuine wanden van haar kamer dit ruitjesbehang plakken.
Er zitten verticale en horizontale witte lijnen op. Die lijnen verdelen de ruitjes in vier gelijke delen.

Zo'n verticale lijn deelt ook twee hoeken van elke ruit in twee gelijke kleinere hoeken.

Hoeken kunnen even groot zijn, ze hebben dan hetzelfde aantal graden. In dit ruitjesbehang zie je heel veel gelijke hoeken. Maar ze zijn beslist niet allemaal gelijk. Welke wel en welke niet?

Je leert in dit onderwerp

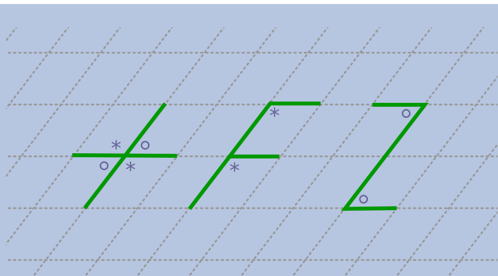
- een deellijn van een hoek tekenen;
- gelijke (even grote) hoeken herkennen met behulp van X-, F- en/of Z-hoeken.

Voorkennis

- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten en een hoek tekenen als het aantal graden is gegeven;
- de namen van vlakke figuren en ze tekenen als er hoeken en lengtes zijn gegeven.

Opgave V1

Uitleg



Soms zijn hoeken gelijk, maar waar herken je dat aan?
In de figuur zie je dat bij snijdende lijnen en bij evenwijdige lijnen gelijke hoeken ontstaan:

- bij snijdende lijnen zijn de overstaande hoeken gelijk, je kunt van X-hoeken spreken;
- bij evenwijdige lijnen zijn F-hoeken en Z-hoeken gelijk.

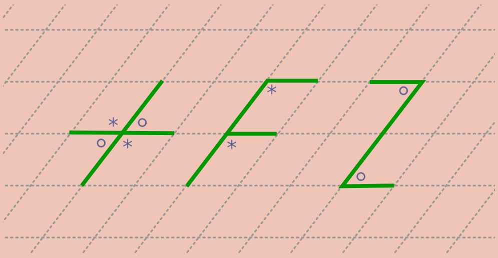
De lijn die een hoek in twee gelijke hoeken verdeelt, heet de deellijn of bissectrice van die hoek.

Hoeken die gelijk zijn aan elkaar, geef je aan door er hetzelfde tekentje (een boogje, een rondje, een sterretje) in te zetten.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Gelijke hoeken hebben dezelfde grootte, dus hetzelfde aantal graden.
Vooral bij snijdende lijnen en bij evenwijdige lijnen kom je ze veel tegen:

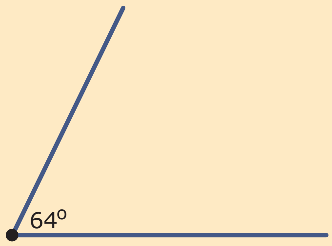


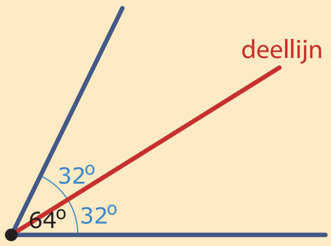
- Bij snijdende lijnen zijn de **overstaande hoeken** of **X-hoeken** gelijk.
- Bij evenwijdige lijnen zijn de **F-hoeken** en de **Z-hoeken** gelijk.

De lijn die een hoek in twee gelijke hoeken verdeelt, heet de **deellijn** of **bissectrice** van die hoek. Een deellijn van een hoek teken je door het aantal graden van de hoek door twee te delen. Soms moet je dat aantal graden eerst nog meten.

Voorbeeld 1

Om de bissectrice, de deellijn, van een hoek van $64°$ te tekenen, halveer je het aantal graden: $\frac{64°}{2} = 32°$.





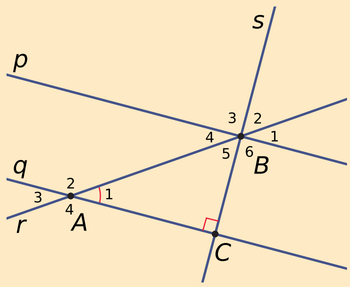
Hoeken die gelijk zijn aan elkaar, geef je aan door er hetzelfde tekentje (een boogje, een rondje, een sterretje) in te zetten.

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

In deze figuur zijn de lijnen p en q evenwijdig. In $\angle A_1$ zie je een rood boogje.

In welke andere hoeken in deze figuur hoort ook zo'n rood boogje?



Antwoord

Kijk goed welke hoeken gelijk zijn, omdat het overstaande hoeken (X-hoeken), F-hoeken of Z-hoeken zijn. Bekijk ook goed welke hoeken samen 180° of 90° zijn.

$\angle A_3 = \angle A_1$ (X-hoeken).
$\angle B_4 = \angle A_1$ (Z-hoeken).
$\angle B_1 = \angle B_4 = \angle A_1$ (X-hoeken) of $\angle B_1 = \angle A_1$ (F-hoeken).

Opgave 5 Opgave 6

Voorbeeld 3

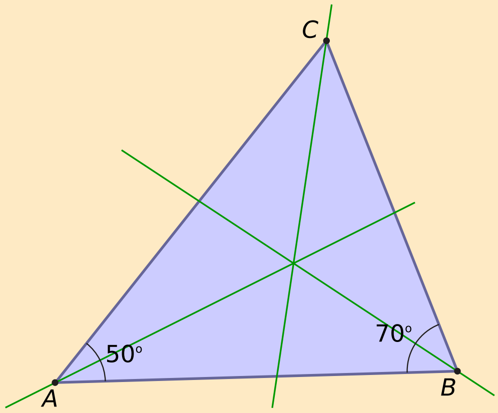
Gegeven is ΔABC met $AB = 6$ cm, $\angle A = 50°$ en $\angle B = 70°$.

Teken deze driehoek met alle bissectrices van de hoeken.

Antwoord

Teken eerst lijnstuk AB met daarop de hoeken $\angle A$ en $\angle B$. Je kunt dan driehoek ABC afmaken.

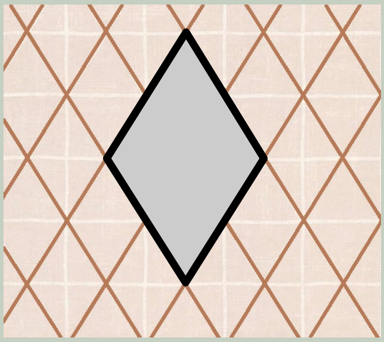
Vervolgens teken je de deellijnen door de hoeken in tweeën te delen. Daarvoor moet je de grootte $\angle C$ zelf opmeten.



Opgave 7

2.5 Hoeken berekenen

Inleiding



Nu Zara het ruitjesbehang op haar twee schuine wanden heeft geplakt, wil ze op één van die wanden een spiegeltje hangen.
Het lijkt haar erg leuk als zo'n spiegeltje dezelfde vorm kan hebben als de ruitjes van haar behang.

Zo'n spiegeltje moet ze laten maken. En daarvoor heeft ze een precieze tekening op maat nodig. Ze moet dus alle hoeken van de ruit weten.

Als ze het ruitjesbehang bekijkt, dan ziet ze heel veel gelijke hoeken. Als ze één hoek opmeet, kan ze alle andere hoeken zelf wel berekenen!

Je leert in dit onderwerp

- hoeken berekenen door te werken met X-, F- en/of Z-hoeken, rechte hoeken en gestrekte hoeken;
- de som van de hoeken van een driehoek gebruiken.

Voorkennis

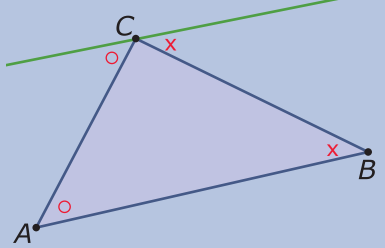
- de begrippen hoek, hoekpunt, benen, graden, grootte van een hoek;
- aangeven of een hoek recht, stomp, scherp, gestrekt, of overstrekt is en hoeveel graden daarbij hoort;
- hoeken meten en een hoek tekenen als het aantal graden is gegeven;
- X-, F- en/of Z-hoeken gebruiken om hoeken te berekenen;
- de bissectrice (deellijn) van een hoek tekenen;
- de namen van vlakke figuren en ze tekenen als er hoeken en lengtes zijn gegeven.

Opgave V1

Uitleg

Applet

Je kunt soms de grootte van hoeken berekenen.
Je werkt dan met X-hoeken, F-hoeken en Z-hoeken.
Verder zijn hoeken die samen een rechte hoek vormen samen $90°$.
En ook zijn hoeken die samen een gestrekte hoek vormen samen $180°$.



Je kunt dit gebruiken om in te zien dat de som van de hoeken in elke driehoek $180°$ is, bekijk de figuur.

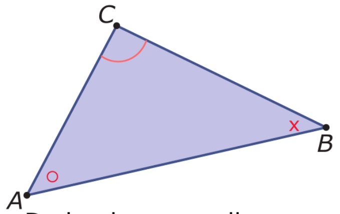
Er is een lijn door hoekpunt C evenwijdig aan zijde AB getekend. Met behulp van Z-hoeken kun je nu beredeneren dat de drie hoeken van elke driehoek samen een gestrekte hoek vormen. Om die reden zijn ze samen altijd $180°$.

Als je twee hoeken van een driehoek weet, kun je de derde uitrekenen.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Vaak is het nauwkeuriger om hoeken niet te meten, maar de grootte ervan te berekenen. Je kunt **hoeken berekenen** door gebruik te maken van:

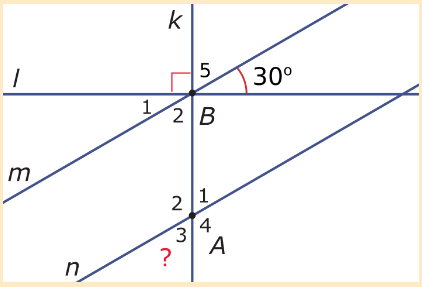


De hoeken van elke driehoek zijn samen 180°

- Als twee hoeken samen een rechte hoek vormen (90°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Als twee hoeken samen een gestrekte hoek vormen (180°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Als twee hoeken samen een volle hoek vormen (360°) en je weet er één, dan weet je ook de andere.
- Een deellijn verdeelt een hoek in twee gelijke hoeken. Weet je er één van, dan weet je ook de andere.
- Overstaande hoeken (X-hoeken) zijn gelijk.
- Als twee evenwijdige lijnen worden gesneden door een derde lijn, dan zijn de F-hoeken en de Z-hoeken gelijk.
- De **hoeken van een driehoek** zijn samen 180°. Weet je de grootte van twee hoeken, dan kun je de derde hoek uitrekenen.

Voorbeeld 1

In de figuur zijn de lijnen m en n evenwijdig.
Bereken $\angle A_3$ en $\angle A_4$.



Antwoord

Bekijk de figuur.

- $\angle B_5$ is samen met de hoek van 30° een rechte hoek, dus $\angle B_5 = 90° - 30° = 60°$.
- $\angle B_2 = \angle B_5 = 60°$ (X-hoeken).
- Dus $\angle A_3 = \angle B_2 = 60°$ (F-hoeken).
- $\angle A_4 = 180° - 60° = 120°$ (gestrekte hoek).

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Je wilt een driehoek ABC tekenen met $\angle A = 60°$, $\angle C = 40°$ en $AB = 6$ cm.
Hoe pak je dat aan?

Antwoord

Bereken eerst de grootte van $\angle B$.

Teken vervolgens de driehoek.

Opgave 5 Opgave 6

Begrippen

- grafiek — horizontale, verticale as — grootheid met eenheid — verband — stijgen, dalen, constant
- x-as, y-as — waarden aflezen — scheurlijntje
- grafiek tekenen — scheurlijn
- somgrafiek — verschilgrafiek
- maximum — minimum — extremen, uiterste waarden
- periodieke grafiek — periode

Activiteiten

- grafieken globaal bekijken
- waarden uit grafieken aflezen
- grafieken tekenen vanuit een tabel
- som- en verschilgrafieken maken en gebruiken
- stijgen en dalen herkennen — maximum en minimum aflezen
- periodieke grafieken herkennen en gebruiken — periode bepalen

Groeien

Domein

Grafieken en formules

Hoofdstuk

Grafieken

Inhoud

3

3.1 Verloop van een grafiek

Inleiding

Joop van Straaten zit in B1C. Hij is net 12 jaar oud geworden. Op zijn verjaardagsfeestje wordt hij door ooms en tantes (die alleen op dit soort gelegenheden langskomen) met zijn oudere zus Marleen vergeleken. Hoewel Joop maar $1{,}53$ m is en zijn zus dan $1{,}68$ m lang is, vertelt zijn vader hem dat hij op den duur vast groter zal worden dan Marleen. Joop is verbaasd. Jij ook?

Je leert in dit onderwerp

- de grootheden op de assen van een grafiek benoemen;
- het verloop van een grafiek beschrijven met de woorden stijgen, dalen en constant;
- het verloop van een verband in een grafiek tekenen.

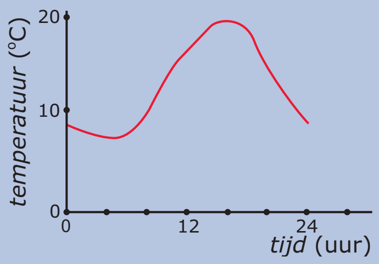
Voorkennis

- getallen gebruiken om te tellen en te rekenen.

Opgave V1

Uitleg

Tijd en temperatuur kun je meten, het zijn grootheden. De temperatuur hangt af van het tijdstip op de dag: bij een zeker tijdstip hoort een bepaalde temperatuur. De grafiek geeft het verband aan tussen de twee grootheden:



- *tijd* staat op de horizontale as.
- *temperatuur* hangt af van tijd en staat daarom op de verticale as.

Grootheden zijn altijd voorzien van eenheden.
tijd heeft in dit geval eenheid ‘uur’.
temperatuur heeft in dit geval eenheid ‘graden Celsius’.

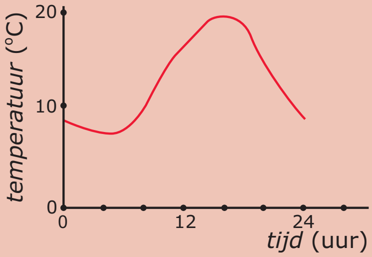
Je kunt het verloop van de grafiek beschrijven met de woorden: stijgen, dalen en constant.

Deze grafiek laat zien: 's nachts daalt de temperatuur, maar vanaf het begin van de ochtend begint de temperatuur weer te stijgen. Dat gaat door tot tegen het eind van de middag, dan blijft de temperatuur even redelijk constant en vanaf het begin van de avond daalt de temperatuur snel.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3

Theorie

tijd en *temperatuur* zijn **grootheden**.
De temperatuur hangt af van het tijdstip op de dag: bij een zeker tijdstip hoort een bepaalde temperatuur. De **grafiek** geeft het **verband** aan tussen de twee grootheden.

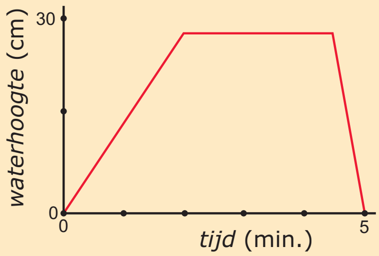


- *tijd* (in uur) staat op de **horizontale as**.
- *temperatuur* (in graden Celsius) hangt af van *tijd* en staat daarom op de **verticale as**.

Je kunt het verloop van de grafiek beschrijven met de woorden: **stijgen**, **dalen** en **constant**.

Voorbeeld 1

Deze grafiek is gemaakt bij het volgende verhaal.

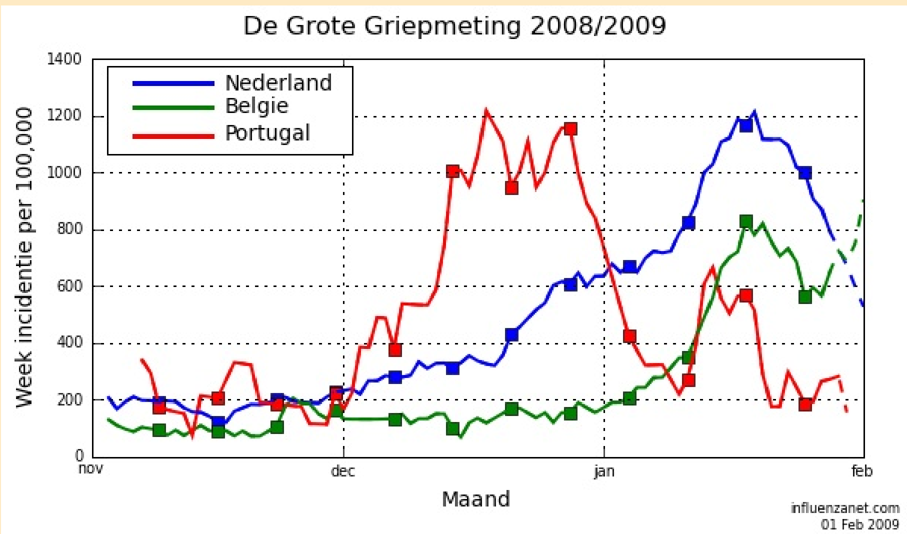


De stortbak van een toilet loopt langzaam vol. De hoogte van het waterpeil neemt toe, de grafiek stijgt in het begin. De stortbak is vol. De hoogte van het waterpeil verandert niet, de waterhoogte blijft constant. Er wordt doorgetrokken: de stortbak loopt weer snel leeg. De hoogte van het waterpeil neemt af, de grafiek daalt snel. Je noemt deze grafiek ook wel een ‘vulgrafiek’.

Opgave 4 Opgave 5

Voorbeeld 2

Hier zie je grafieken van het verloop van het percentage grieppatiënten in Portugal, Nederland en België in de winter van 2008—2009.



Welk van deze drie landen heeft als eerste een golf van grieppatiënten?

Antwoord

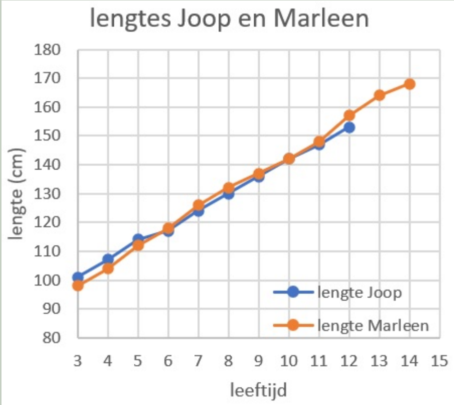
Bij Portugal gaat de grafiek het eerst sterk stijgen, dus dat land heeft als eerste een griepgolf.

Opgave 6

3.2 Grafieken aflezen

Inleiding

Joop van Straaten wil zijn lengtegroei vergelijken met die van zijn zus Marleen. Ze zijn telkens op hun verjaardag gemeten. En hij bekijkt hun groeigrafieken in één figuur. Dan kun je gemakkelijk zien, wie van beiden op welke leeftijd het langste is. Als je goed kijkt, kun je zelfs behoorlijk nauwkeurig hun lengtes op een bepaalde leeftijd aflezen.
En omgekeerd op welke leeftijd ze beiden 142 cm lang waren.



Je leert in dit onderwerp

- grootheden en eenheden onderscheiden;
- de waarde van de y-as aflezen bij gegeven waarde van de x-as;
- de waarde van de x-as aflezen bij gegeven waarde van de y-as;
- waarden aflezen in een grafiek met een scheurlijn.

Voorkennis

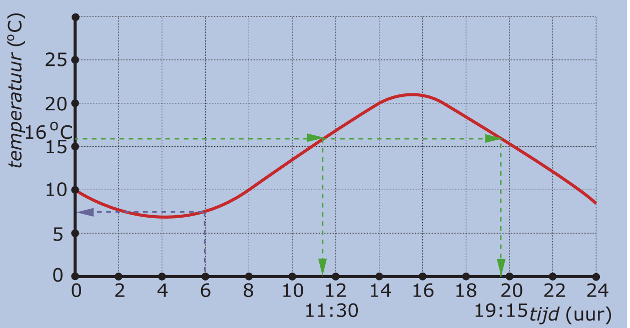
- de grootheden op de assen van een grafiek benoemen;
- het verloop van een grafiek beschrijven met de woorden stijgen, dalen en constant;
- het verloop van een verband in een grafiek tekenen.

Opgave V1

Uitleg 1

Je ziet een grafiek met het temperatuurverloop op een bepaalde dag. In deze grafiek staat op de x-as de *tijd* in uren en op de y-as de *temperatuur* in °C. *tijd* en *temperatuur* zijn grootheden. Grootheden worden uitgedrukt in eenheden. In dit geval zijn de eenheden uren en graden Celsius.

Uit deze grafiek kun je antwoorden aflezen op vragen als:
"Hoeveel graden Celsius was het om 6:00 uur?"



Je vindt een antwoord op deze vraag door vanaf het punt op de x-as bij 6 een lijn omhoog te trekken naar de grafiek. Door vanaf het snijpunt van deze lijn met de grafiek een lijn naar links te trekken, vind je de *temperatuur*.

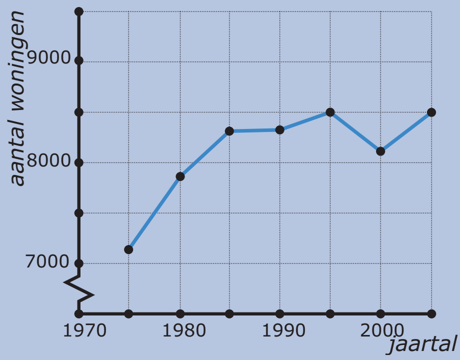
Ook kun je in de grafiek antwoorden aflezen op vragen als:

"Op welk(e) tijdstip(pen) was het 16 °C?"

Je vindt een antwoord op deze vraag door bij de waarde op de y-as bij 16 een lijn naar rechts naar de grafiek toe te trekken. Bij elk snijpunt van deze lijn met de grafiek kun je vanaf dat punt een lijn naar beneden trekken om de bijbehorende tijden op de x-as te vinden.

Uitleg 2

Bij het aflezen van een grafiek is het belangrijk goed te kijken naar de waarden op de assen. Soms begint een as namelijk niet bij 0. In dat geval wordt een scheurlijn gebruikt (zie de grafiek).

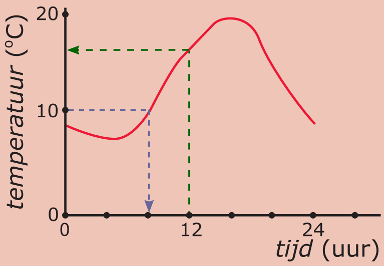


In de grafiek zie je het *totaal aantal woningen* in een wijk van een grote stad uitgezet tegen de *tijd* in jaartallen. In deze wijk schommelde het *aantal woningen* sinds 1975 tussen de 7000 en 8500. Er is een scheurlijn gebruikt om de y-as bij 7000 te kunnen laten beginnen.

Opgave 1 Opgave 2 Opgave 3 Opgave 4

Theorie

Je ziet een grafiek met het temperatuurverloop op een bepaalde dag. In deze grafiek staat op de **x-as** de *tijd* in uren en op de **y-as** de *temperatuur* in °C. *tijd* en *temperatuur* zijn grootheden. Grootheden worden uitgedrukt in eenheden. In dit geval zijn de eenheden uren en graden Celsius.



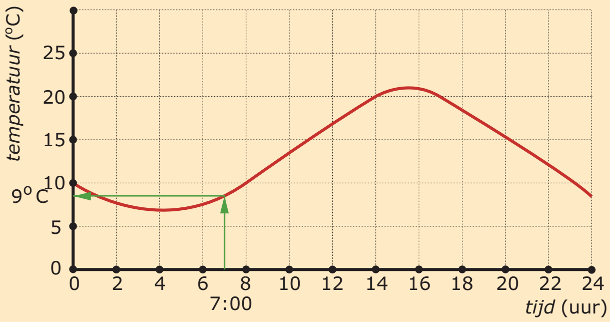
Nu wil je **waarden uit een grafiek aflezen**. In de figuur zie je:

- Als je op de x-as een waarde (als 12 uur) gegeven hebt, hoort daar op de y-as een waarde bij (ongeveer 16 °C).
- Als je op de y-as een waarde (als 10 °C) gegeven hebt, hoort daar op de x-as een waarde bij (ongeveer 9 uur en ook ongeveer 9 uur).

Soms wordt in een grafiek een deel van een as weggelaten. Dan wordt soms een **scheurlijntje** gebruikt.

Voorbeeld 1

Je kunt uit deze grafiek aflezen wat de *temperatuur* om 7:00 uur was.

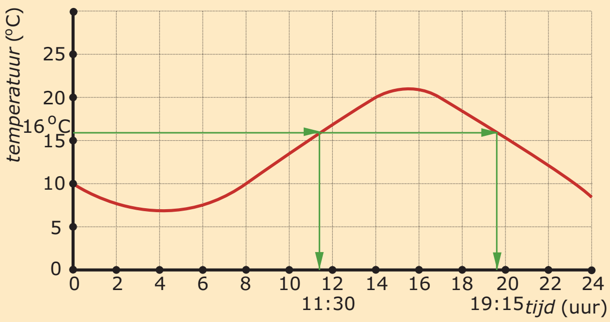


- Zoek op de x-as 7:00 uur op.
- Ga recht omhoog tot je bij de grafiek bent.
- Trek vanaf het snijpunt van die lijn met de grafiek een lijn naar links.
- Lees nu op de y-as de *temperatuur* af.
- Je ziet dat het om 7:00 uur ongeveer 8 °C was.

Opgave 5 **Opgave 6** **Opgave 7**

Voorbeeld 2

Je ziet nogmaals de grafiek van het temperatuurverloop. Hoe kun je aflezen op welke tijdstippen het 16 °C was?



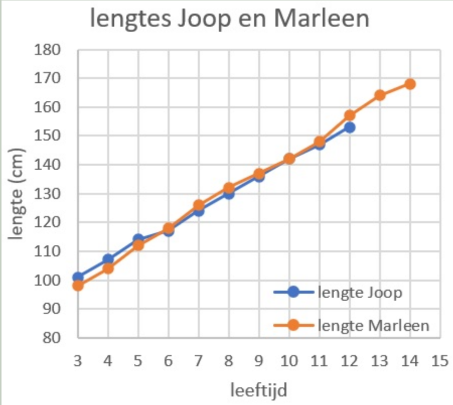
- Zoek op de y-as 16 °C op.
- Teken op die hoogte een horizontale lijn naar rechts door de grafiek.
- Trek vanaf de snijpunten van die lijn met de grafiek lijnen naar beneden.
- Lees nu op de x-as de tijdstippen af.
- Je ziet dat het 16 °C was om ongeveer 11:30 uur en om ongeveer 19:15 uur.

Opgave 8 **Opgave 9**

3.3 Grafieken tekenen

Inleiding

Joop van Straaten wil zijn lengtegroei vergelijken met die van zijn zus Marleen. Ze zijn telkens op hun verjaardag gemeten. En hij bekijkt hun groeigrafieken in één figuur. Dan kun je gemakkelijk zien, wie van beiden op welke leeftijd het langste is.
Hoe maak je dergelijke grafieken?
En hoe kun je er de vraag mee beantwoorden wie van beiden uiteindelijk het langst zal worden?



Je leert in dit onderwerp

- een grafiek tekenen bij een tabel;
- het gebruiken van een scheurlijn in een grafiek als dat nodig is.

Voorkennis

- coördinaten kunnen hanteren in een assenstelsel;
- de waarde van de y-as aflezen bij gegeven waarde van de x-as;
- de waarde van de x-as aflezen bij gegeven waarde van de y-as;
- waarden aflezen in een grafiek met een scheurlijn.

Opgave V1

Uitleg

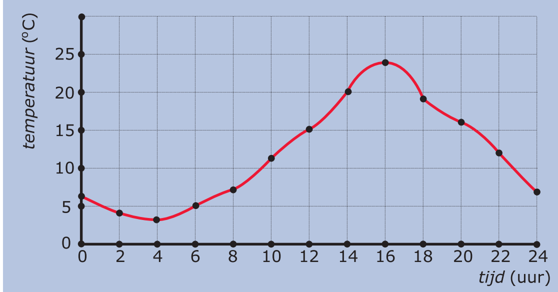
Bij een tabel kun je een grafiek tekenen.

tijd (uur)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
temperatuur (°C)	6	4	3	5	7	11	15	20	24	19	16	12	7

De *temperatuur* hangt af van de *tijd* op de dag. Dus komt de *temperatuur* op de y-as en de *tijd* op de x-as.

- Teken een assenstelsel. Zet bij de x-as *tijd* in uren en bij de y-as *temperatuur* in °C. Maak een geschikte indeling voor de assen.
- Teken de punten uit de tabel in de grafiek: $(0,6)$, $(2,4)$, $(4,3)$, enzovoort.
- Verbind de punten door een vloeiende lijn of door lijnstukjes.

Door het verbinden van de punten maak je het aflezen van waarden tussen de punten mogelijk. En hier is dat logisch omdat er op tussenliggende tijdstippen ook temperaturen zijn.



Opgave 1

Theorie

Bij een tabel kun je een **grafiek tekenen**.

- Teken een assenstelsel. Zet bij de assen wat je meet (**grootheid**) en met welke maat (**eenheid**). Maak een geschikte indeling voor de assen.
- Teken de punten uit de tabel in de grafiek.
- Verbind als dat kan de punten door een vloeiende lijn of door lijnstukjes.

Door het verbinden van de punten maak je het aflezen van waarden tussen de punten mogelijk. Ook kun je daarmee het verloop van de grafiek beter laten zien.

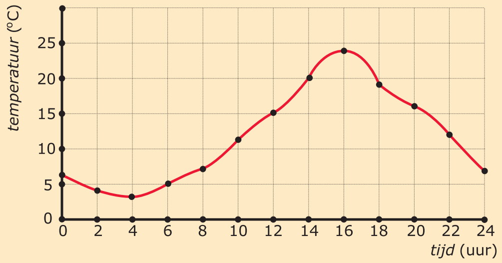
Als de waarden op de x-as of y-as ver van 0 af liggen, kun je een stukje van de grafiek weglaten. Zo blijft de grafiek mooi compact. Om aan te geven dat je een stukje weglaat, gebruik je een **scheurlijn**.

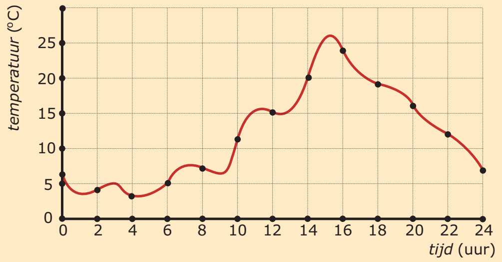
Voorbeeld 1

Bekijk de tabel van het temperatuurverloop.

tijd (uur)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
temperatuur (°C)	6	4	3	5	7	11	15	20	24	19	16	12	7

Hoe de grafiek bij de tabel precies moet lopen, weet je niet. Deze grafieken zijn beide mogelijk:





Kun je nu nauwkeurig aflezen welke *temperatuur* het om 13:00 uur is?

Antwoord

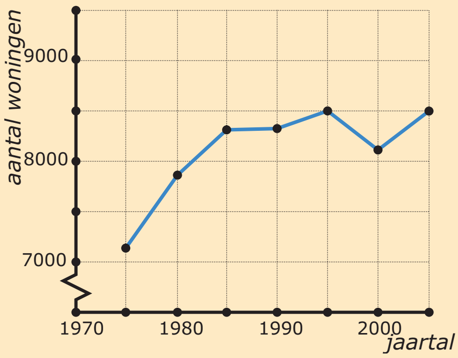
Als je in de eerste grafiek de temperatuur om 13:00 uur afleest, vind je dat de temperatuur 15 °C is. Maar als je de temperatuur in de tweede grafiek afleest, vind je een temperatuur van 17,5 °C. Omdat je niet precies weet hoe de vloeiende lijn tussen de punten loopt, kun je nooit precies weten wat de temperatuur tussen de punten uit de tabel is geweest. Dat blijft altijd een inschatting.

Opgave 2 Opgave 3

Voorbeeld 2

Het totaal aantal woningen in een wijk van een grote stad is afhankelijk van het jaartal. In een bepaalde wijk schommelt het aantal woningen sinds 1975 tussen de 7000 en de 8500. Deze waarden liggen ver van 0.

Let op! Bij jaartallen wordt geen scheurlijn gebruikt.



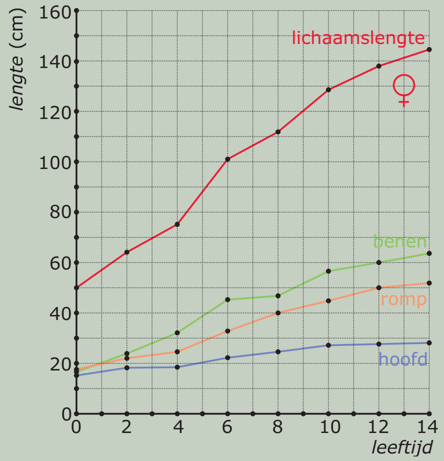
Opgave 4 Opgave 5

3.4 Som- en verschilgrafiek

Inleiding

Joop heeft op internet nog andere grafieken gevonden over de groei van kinderen.

Bijvoorbeeld deze grafieken over de groei van een meisje. Er is één grafiek voor de beenlengte, één voor de lengte van de romp (inclusief de nek) en één voor de lengte van het hoofd. Ook zie je een grafiek met de totale lichaamslengte. Je krijgt de grafiek van de totale lichaamslengte door steeds de waarden van beenlengte, romplengte en hoofdlengte die bij een bepaalde leeftijd horen op te tellen.



Je leert in dit onderwerp

- wat een somgrafiek is, hoe je hem maakt en hoe je erin afleest;
- wat een verschilgrafiek is, hoe je hem maakt en hoe je erin afleest.

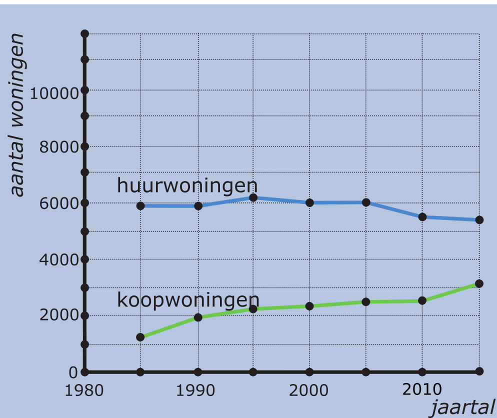
Voorkennis

- een tabel bij een grafiek maken en een grafiek bij een tabel maken;
- optellen en aftrekken van positieve en negatieve getallen;
- grootheden op de assen van een grafiek benoemen.

Opgave V1

Uitleg

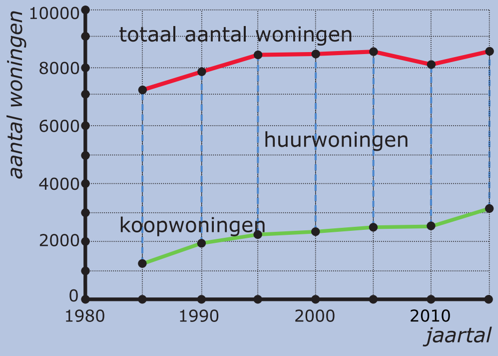
Soms staan er meerdere grafieken in een assenstelsel. Dat kan alleen als de grafieken een verband tussen dezelfde grootheden laten zien. In dit assenstelsel staan grafieken van de huur- en koopwoningen in een wijk. Beide grafieken laten het verloop tussen de grootheden *aantal woningen* en *jaartal* zien.



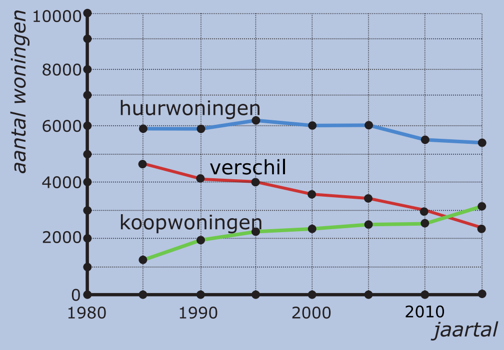
De aantallen koop- en huurwoningen kun je jaarlijks bij elkaar optellen. Je kunt de twee grafieken ook bij elkaar optellen. Dan krijg je een ‘somgrafiek’.

Je kunt ook jaarlijks het verschil berekenen tussen het aantal huurwoningen en het aantal koopwoningen. Je kunt de twee grafieken dus ook van elkaar aftrekken. Dan krijg je een ‘verschilgrafiek’.

Bekijk de somgrafiek van de huur- en koopwoningen en de verschilgrafiek van de huur- en koopwoningen.



somgrafiek

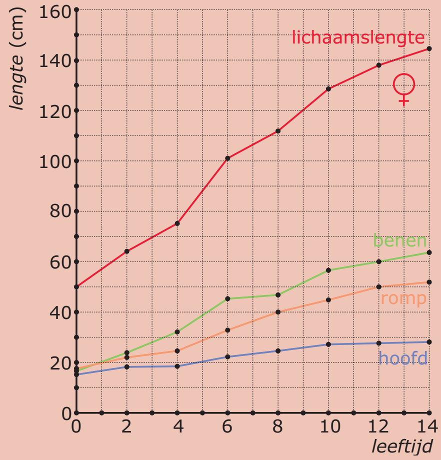


verschilgrafiek

Opgave 1

Theorie

Bekijk de groeigrafieken. Er is één grafiek voor de beenlengte, één voor de lengte van de romp (inclusief de nek) en één voor de lengte van het hoofd. Je krijgt de grafiek van de totale lichaamslengte door steeds de waarden van beenlengte, romplengte en hoofdlengte die bij een bepaalde leeftijd horen op te tellen.



Je kunt grafieken ook bij elkaar optellen, je krijgt dan een **somgrafiek**.

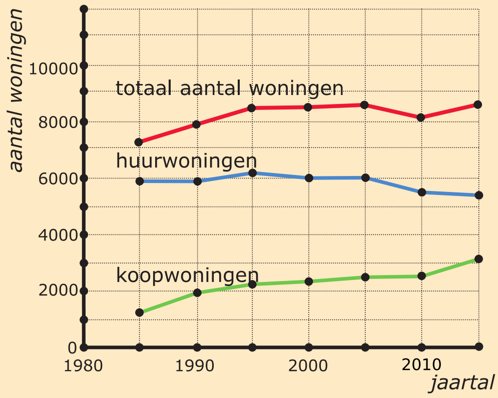
Je krijgt een grafiek van de lengte van romp en hoofd samen door steeds van de waarden van de totale lichaamslengte die van de beenlengte die bij een bepaalde leeftijd horen af te trekken.

Je kunt grafieken dus ook van elkaar aftrekken. Dan krijg je een **verschilgrafiek**.

Werk daarbij met tabellen om de optellingen en aftrekkingen te doen.

Voorbeeld 1

In het assenstelsel zie je een grafiek van het aantal koopwoningen en het aantal huurwoningen in een wijk. Bij deze twee grafieken kun je een somgrafiek maken. Als je namelijk het aantal huurwoningen en het aantal koopwoningen bij elkaar optelt, vind je het totaal aantal woningen in de wijk. Dit gaat het handigst door eerst een tabel te maken.

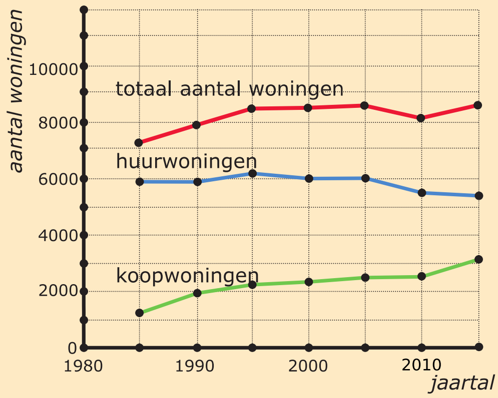


tijd (jaar)	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
aantal koopwoningen	1250	1950	2200	2360	2500	2600	3100
aantal huurwoningen	5900	5900	6150	6000	6000	5500	5400
totaal aantal woningen	7150	7850	8350	8360	8500	8100	8500

Opgave 2 Opgave 3

Voorbeeld 2

Als je het verschil neemt tussen het totaal aantal woningen en het aantal huurwoningen vind je het aantal koopwoningen in een wijk. De grafiek van het aantal koopwoningen is een voorbeeld van een verschilgrafiek. Deze maak je het makkelijkst door een tabel te gebruiken.



tijd (jaar)	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
totaal aantal woningen	7150	7850	8350	8360	8500	8100	8500
aantal huurwoningen	5900	5900	6150	6000	6000	5500	5400
aantal koopwoningen	1250	1950	2200	2360	2500	2600	3100

Opgave 4 Opgave 5

3.5 Maximum en minimum

Inleiding

Joop is vandaag ziek geweest, hij had koorts.

De hele dag heeft hij (met zo'n thermometer tegen zijn voorhoofd) om het uur zijn lichaamstemperatuur gemeten.

En hij heeft er een grafiek van gemaakt om te zien hoe zijn temperatuur in de loop van de dag veranderde.

Je leert in dit onderwerp

- het herkennen en aflezen van een maximum en/of een minimum in een grafiek;
- de extremen van een grafiek benoemen.

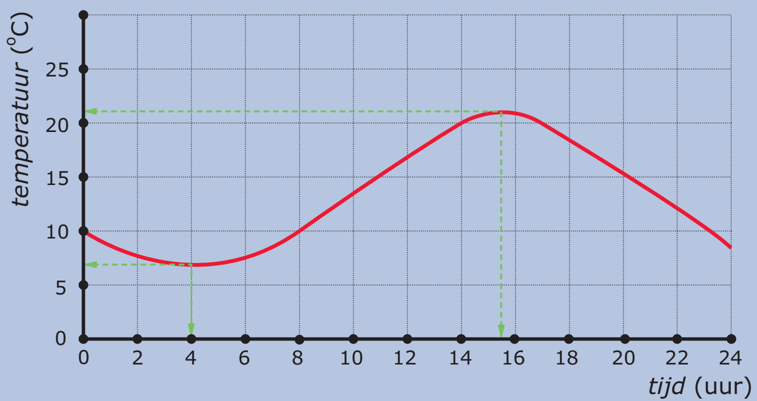
Voorkennis

- waarden in een grafiek aflezen;
- een tabel bij een grafiek maken en een grafiek bij een tabel maken;
- optellen en aftrekken van positieve en negatieve getallen;
- grootheden op de assen van een grafiek benoemen.

Opgave V1

Uitleg

Je ziet de grafiek van het temperatuurverloop op een dag. De grafiek beschrijft een verband tussen de *temperatuur* en de *tijd* op deze dag.

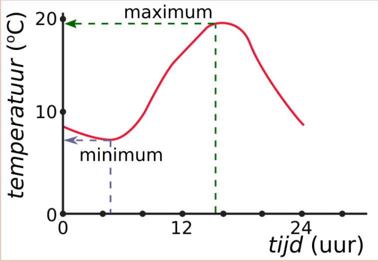


Die dag werd de maximum temperatuur om ongeveer 15:30 uur bereikt. De minimum temperatuur werd om ongeveer 4:00 uur 's ochtends bereikt. De bijbehorende temperaturen kun je aflezen uit de grafiek.

Als een grafiek overgaat van stijgen in dalen, dan ontstaat er een maximum, een grootste uitkomst. Als een grafiek overgaat van dalen in stijgen, dan ontstaat er een minimum, een laagste uitkomst. Maxima en minima noem je de extreme waarden of uiterste waarden.

Opgave 1 Opgave 2

Theorie



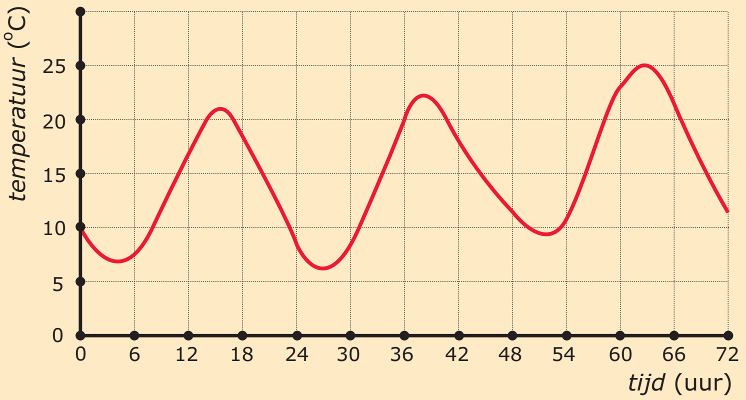
Als een grafiek overgaat van stijgen in dalen, dan heeft de grafiek een hoogste waarde. Die waarde noem je een **maximum**. Sommige grafieken hebben meerdere maxima.

Als een grafiek overgaat van dalen in stijgen, dan heeft de grafiek een laagste waarde. Die waarde noem je een **minimum**. Sommige grafieken hebben meerdere minima.

Maxima en minima noem je de **extremen** of **uiterste waarden**. Het zijn altijd y-waarden.

Voorbeeld 1

Bekijk de grafiek van het temperatuurverloop op drie achtereenvolgende dagen.

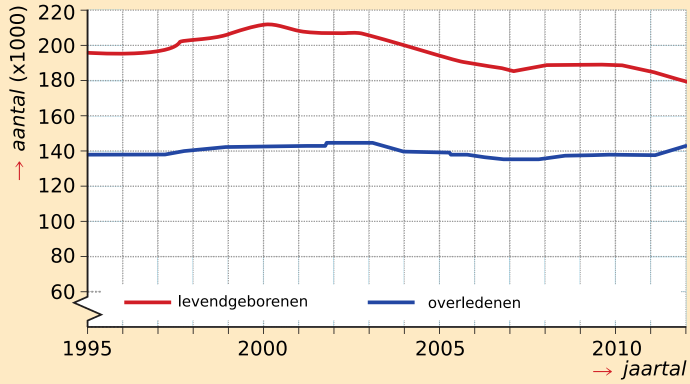


Er zijn nu meerdere maxima: elke dag heeft een maximum temperatuur.
Er zijn ook meerdere minima: elke dag heeft een minimum temperatuur.
Er zijn in totaal zes extremen.

Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Bekijk de grafiek over de bevolkingsontwikkeling van Nederland per jaar.



Het geboorteoverschot is het verschil tussen het aantal levendgeborenen en het aantal overledenen.

In welk jaar was het geboorteoverschot maximaal?

Antwoord

Je moet kijken naar de verschilgrafiek.

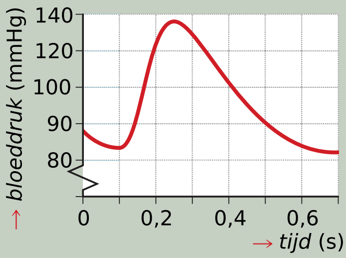
Maak die zelf.

Je vindt een maximum in het jaar 2000.

Opgave 5

3.6 Periodieke grafieken

Inleiding



Joop van Straaten hoort na zijn korte ziekte meer over het functioneren van het menselijk lichaam. Misschien wil hij later de zorg wel in...

Het hart pompt bloed door je aderen. Door het pompen varieert de bloeddruk in je aderen. Hier zie je daar een grafiek van. In de periode van 0,1 tot 0,7 seconden maakt dit hart één hartslag. De druk in de slagaderen is het laagst als het hart zich met bloed vult (diastolische bloeddruk), en stijgt als het hart bloed wegpompt (systolische bloeddruk). De eenheid van druk is millimeter kwik (mmHg).

Na elke periode herhaalt zich de hartslag. Het is daarom een periodiek verschijnsel.

Je leert in dit onderwerp

- een periodieke grafiek herkennen en interpreteren;
- de periode in een periodieke grafiek aflezen, herkennen of berekenen;
- een periodieke grafiek tekenen aan de hand van gegevens over één periode.

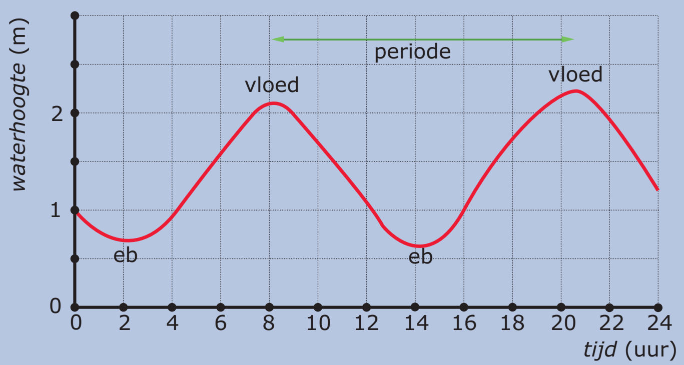
Voorkennis

- waarden in een grafiek aflezen;
- een tabel bij een grafiek maken en een grafiek bij een tabel maken;
- grootheden op de assen van een grafiek benoemen.

Opgave V1

Uitleg

Dit is een grafiek van de waterstand boven een bepaalde plek op de bodem van de Waddenzee in de loop van een dag. Het is een voorbeeld van een periodieke grafiek. Een bepaald deel van de grafiek wordt steeds weer (ongeveer) herhaald. De tijd die daarbij hoort, heet de periode. De periode van deze grafiek is ongeveer 12 uur en 20 minuten.



De grafiek is elke dag (afhankelijk van de omstandigheden) anders, dus de waterstand is niet zuiver periodiek.

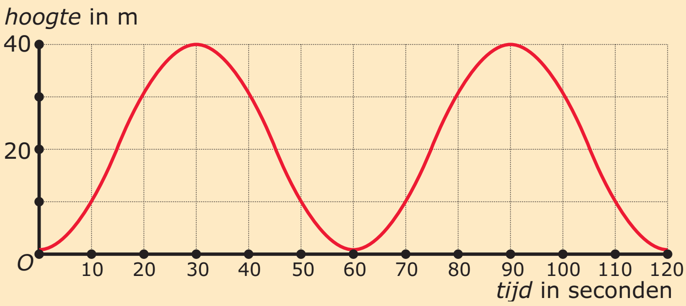
Opgave 1 Opgave 2

Theorie

Dit is een voorbeeld van een **periodieke grafiek**. Een bepaald deel van de grafiek wordt steeds weer (ongeveer) herhaald. De tijd die daarbij hoort, heet de **periode**. De periode van deze grafiek is ongeveer 0,6 seconden.

Voorbeeld 1

Dit is een voorbeeld van een zuivere periodieke grafiek. Het gaat om *hoogte* (in meters boven de grond) afhankelijk van *tijd* (de ronddraaitijd in seconden) van een bakje in een draaiend reuzenrad. De periode is 60 seconden, dus in 1 minuut ga je één keer helemaal rond. Je komt tot een maximale hoogte van wel 40 meter.



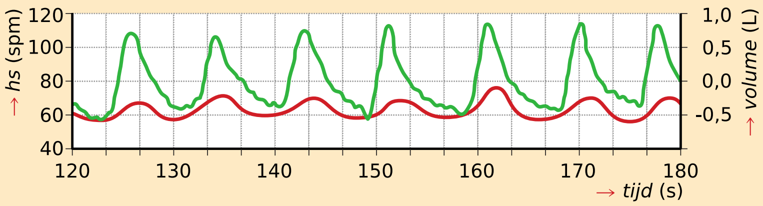
Opgave 3 Opgave 4

Voorbeeld 2

Veel periodieke verschijnselen hebben met het menselijk lichaam te maken. Denk maar aan:

- de longinhoud bij de ademhaling;
- de bloeddruk in je aderen als gevolg van het kloppen van je hart.

Je ziet in één figuur een ademhalingsgrafiek (groen) en een hartslaggrafiek (rood). Op de horizontale as staat de *tijd* in seconden.
Op de verticale as staat voor de rode grafiek *hs* (spm), ofwel *hartslag* in slagen per minuut. Voor de groene grafiek staat er *volume* in liters.



Opgave 5 Opgave 6

Register

Het lesmateriaal in deze reader is gebaseerd op het materiaal dat ook op de Math4All website staat.

De reader is gegenereerd met de Math4All maatwerkdienst. De inhoud en de volgorde van de onderwerpen in deze reader zijn gekozen door docenten van het ConTeXt College.

Stichting Math4All

Inhoud Katern 2

Math4all

www.math4all.nl